## Elogi de la matemàtica pura com a obra d'art

Sovint, molt sovint, quan algú que no és matemàtic m'ha preguntat sobre el contingut de la meva tesi, sincerament no he sabut què respondre. No pas perquè no el vulgui fer partícip d'allò que centra bona part de la meva vida, sinó perquè, la majoria de vegades, el to de la pregunta comporta implícit el desig d'una resposta breu i concloent, un clixé que permeti el meu interlocutor fer-se una idea ràpida i comprensible de què faig i per què ho faig. En definitiva: quin benefici aporta a la societat la meva feina.

I, és clar, en el camp de la matemàtica pura, una resposta breu és força impensable. És potser per la dificultat i abstracció que tradicionalment s'associen a les matemàtiques? No crec: certament que els matemàtics purs treballem amb conceptes eteris i entitats sempre perfectes que semblen arribar directament del món de les idees de Plató; objectes inexistents físicament que dotem de sentit i que manipulem sota les lleis de la lògica per arribar a teoremes que siguin alhora esclaridors i bells.

Dit d'aquesta manera, pot semblar difícil i abstracte, però... no és igualment difícil i abstracte el món conceptual i pictòric de Tàpies, l'univers literari de Joyce o la sofisticadíssima elaboració de gustos de la cuina de Ferran Adrià, només per posar uns exemples? I en canvi tots ells són certament presents a la nostra societat a través dels mitjans de comunicació, més que no pas les matemàtiques o la ciència en general.

Si no és la dificultat, llavors crec que es deu tractar justament d'un problema de comunicació. Com qualsevol altre artista creador, el matemàtic sent una gran passió per allò que fa, i aquesta passió no l'ha sabuda transmetre als altres, provocant una certa incomprensió per part de la societat. Talment com cal per la pintura, la poesia o la gastronomia, per apreciar la matemàtica cal saber entrar-hi, cal una iniciació, cal fomentar el "gust" pel joc conceptual, l'harmonia dels raonaments i la bellesa de les conclusions. Sense l'esforç mínim d'educar adequadament aquest gust, ningú no pot gaudir plenament de l'exquisidesa d'aromes d'un vi de tants anys de criança.

I és feina dels matemàtics, a través d'una adequada comunicació, engrescar la curiositat de les persones per tastar aquests plaers. Potser, però, un dels problemes amb els quals s'enfronta la comunicació científica és el fet de ser un saber acumulatiu: la matemàtica present i futura es va construint sobre la pretèrita, recursivament: els objectes i mètodes creats per resoldre antics problemes originen noves qüestions.

Per aquest motiu, per tal explicar el meu tema de recerca, em cal recular uns tres-cents cinquanta anys, a l'època de Descartes. Fins aleshores, la geometria s'havia desenvolupat exclusivament amb els mètodes d'Euclides i els seus Elements. Per dir-ho d'alguna manera, durant dos mil anys la geometria no havia sortit d'ella mateixa. Descartes va trencar aquesta tradició amb un original mètode d'aproximar-se a la geometria: el mètode analític. Amb la incorporació de coordenades, tot objecte geomètric es pot descriure amb unes equacions. Si estudiem aquestes equacions obtindrem informació sobre l'objecte geomètric. Quan aquestes equacions només involucren sumes i productes de les coordenades (el que els matemàtics en diem polinomis), llavors l'estudi de les equacions cau de ple en l'àlgebra. Així Descartes va iniciar un procés d'algebraïtzació de la geometria.

Des de llavors aquesta ha estat una manera de fer molt habitual en la matemàtica: descriure els objectes que volem estudiar a través d'altres objectes matemàtics que són més fàcils d'estudiar, o que ja han estat estudiats, o que fan sorgir propietats dels objectes originals que no sospitàvem. És, diguem-ne, posar l'objecte d'estudi sota prismes diferents.

Com és fàcil d'imaginar, al llarg dels tres segles posteriors la geometria i l'àlgebra s'han desenvolupat molt, tant independentment com sovint agafades de la mà, amb la vista posada a problemes comuns. Cadascuna ha originat fins i tot branques més especialitzades. La geometria algebraica, per exemple, és el fruit d'aquest procés d'algebraïtzació iniciat per Descartes. El punt culminant d'aquest procés es va donar a la dècada del 1950-60, quan un dels grans matemàtics d'aquest segle, Alexander Grothendieck, va portar aquesta visió fins a l'extrem d'oblidar (si més no formalment) tota la geometria feta fins llavors, i reconstruir-la partint només de l'àlgebra pura i dura.

Sembla com si la geometria desaparegués en favor de l'àlgebra, però no és ben bé així. Ambdós camps de la matemàtica s'han desenvolupat paral·lelament i hi ha una interactuació mútua molt profunda. Podríem imaginar el símil de dos rius que corren paral·lels i que estan fortament entrellaçats per multitud d'afluents que els connecten: les idees circulen i salten ara en la geometria, ara en l'àlgebra, i adquireixen tonalitats diferents sota ambdues aigües.

L'objectiu de la meva tesi és descriure un d'aquests afluents que permeten traspassar les aigües d'un riu a l'altre. En l'àlgebra, un anell que prové d'un objecte geomètric es pot trencar en una successió de capes. Si mesurem la grandària d'aquestes capes obtenim una successió de nombres que s'anomena funció de Hilbert (en honor del primer matemàtic que les va estudiar). Aquests nombres ens donen molta informació de l'estructura de l'anell. De manera grollera, podríem dir que cada capa ens dóna una idea de com estant distribuïts els punts, les rectes, les quàdriques... a dins de l'objecte geomètric.

En la geometria, i associats a una estructura molt més general i complicada que no precisaré aquí, es poden definir uns objectes que s'anomenem classes de Chern (també en honor del matemàtic que les va estudiar). L'estudi d'aquestes classes de Chern també ens dóna molta informació sobre l'estructura de l'objecte geomètric. Funcions de Hilbert i classes de Chern són dues teories que viuen en rius diferents, i, separadament, han crescut fins a donar resultats pregons, cadascuna en el seu context. Però un teorema d'existència ens diu que, en algun lloc del seu traçat, un afluent connecta ambdues idees i permet traspassar les informacions respectives d'un riu a l'altre. Com un explorador que ha sentit a parlar d'una font de propietats màgiques i sap que existeix, el meu objectiu és trobar aquest pont d'aigua: descriure explícitament aquesta connexió entre funcions de Hilbert i classes de Chern i veure la informació d'un riu sota les aigües de l'altre. Crec que aquesta nova perspectiva d'ambdós objectes pot donar nous resultats i m'ha de permetre estendre ambdues teories al context ocupat per les dues individualment; en una paraula: unificar-les.

Bé, però a part d'aquesta unificació que sens dubte simplificarà la feina dels matemàtics, quina altra utilitat té això? Certament que aquest resultat no curarà malalts, ni estalviarà diners, ni resoldrà cap dels problemes urgents del nostre món. (Si més no de moment, ja que la recerca fonamental en la matemàtica pura ha trobat a vegades aplicacions completament inesperades lluny del camp estricte de les matemàtiques.) Però fins i tot diria que, quan un matemàtic aplicat estudia com construir xarxes mínimes d'ordinadors per accelerar les comunicacions, o elabora els trajectes de les naus espacials fent carambola amb els planetes per estalviar combustible i accelerar la nau, sovint aquesta no és la motivació última en la que està pensant, sinó que en la modelització abstracta del problema hi busca una solució que sigui simple, senzilla, neta i elegant: és a dir, la matemàtica es fa art.

Crec que aquest és l'argument important: la ciència entesa com una expressió artística, lluny del pragmatisme que tradicionalment li associa la societat. Ningú mai no ha qüestionat seriosament la utilitat immediata ni la necessitat de la poesia, de la música, de la literatura ni, en general, dels estudis teòrics sobre aquestes manifestacions artístiques. I la matemàtica pura té, com hem vist, molts punts de contacte amb aquestes arts. Marià Manent, en un dels seus esplèndids dietaris, fa seva la descripció que féu el matemàtic francès Henri Poincaré del procés creatiu matemàtic, tot identificant la naturalesa de les intuïcions matemàtiques amb les seves intuïcions poètiques i creatives.

Certament, aquest és també el meu parer: la matemàtica pura, com a joc de conceptes i harmonia d'estructures, no deixa de ser poesia i bellesa, estètica i art. I la recerca del gust estètic, l'aportació de bellesa al nostre món, no deixa de ser una de les més admirades i sublims maneres d'enriquir la nostra societat.

Jordi Martínez Borruel